5

LES SUITES NUMÉRI

<u>Poursuivre</u> : (avec les 2 termes suivants)

→ $1, 4, 7, 10, \underline{13}, 16$ $\quad (+3)$

→ $-2, 4, -8, 16, -32, 64$ $\quad (\times -2)$

→ $-6, 4, 14, 24, 34, 44$ $\quad (+10)$

→ $0, 1, 3, 6, 10, 15$ $\quad (+1, +2, +3, +4, +5)$

→ $1^2, 4, 9, 16, 25, 36$ $\quad (2^2, 3^2, 4^2, 5^2, 6^2)$ (carrés des nombres entiers

→ 1, 11, 121, 1211, 111221, 312211

→ $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13$ $\quad (+)$

→ $1, 6, 4, 10, 8, 14,$ $\quad (+6, -2, +6)$

Fibonacci, mathématicien italien du $\underline{\text{XIII}}^e$ siècle

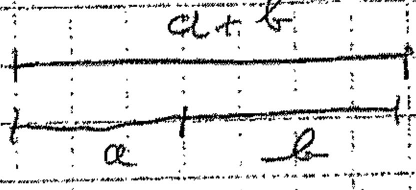
Suite de Fibonacci

$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55 \ldots$

$55 = 34 + 21$

le terme est égale à la somme des deux termes précédents

$\varphi = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \approx 1,618$



$$\varphi = \frac{b}{a} = \frac{a+b}{b} = \frac{a}{b} + \frac{b}{b}$$

$$\Leftrightarrow \varphi = \frac{1}{\varphi} + 1$$

$$\Leftrightarrow \varphi^2 = 1 + \varphi$$

$$\Leftrightarrow \varphi^2 - \varphi - 1 = 0$$

le rapport de deux termes successifs tend vers le nombre d'or

$$\varphi = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$

φ = phi $\quad \Psi$ = psy

Une suite numérique (U_n) est une fonction qui associe aux entiers naturels (de $\mathbb{N}$ ou une partie de $\mathbb{N}$) les nombres réels

$(U_n)\ \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{R}$

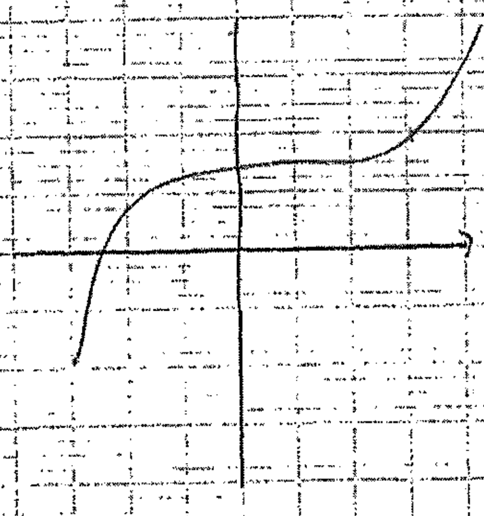
$n \longmapsto U_n$

U_n est le terme général

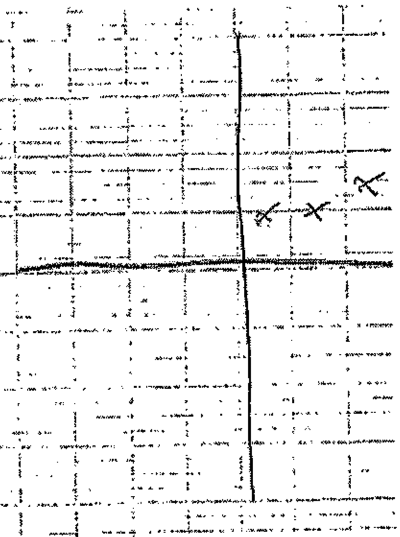
Exemple : $U_n = \frac{1}{n} \rightarrow U_1 = 1 \quad U_2 = \frac{1}{2} \quad U$

$U_n = n^2 \longrightarrow U_1 = 1 \quad U_2 = 4 \quad U_3$

Fonction continue courbe :



Fonction discrète co



Exemple de suite :

$U_0 = 1 \qquad U_2 = 5$

$U_1 = 3 \qquad U_3 = 7$

← Suite de nombres impairs

U_n est le terme général de la suite (U_n)

Ici, $\boxed{U_n = 2n+1}$

ou

⚠ $$\boxed{\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = U_n + 2 \quad \text{(Relation de récurrence)} \end{cases}}$$

<u>Définition d'une suite:</u>

Une suite (U_n) peut être définie de deux façons différentes

-> Définition explicite

$$U_n = f(n)$$

Ex: $U_n = n+1$

$V_n = n^2$

$W_n = 5^n$

-> Définition par récurrence

$\begin{cases} \text{Valeur du premier terme } U_0 \text{ ou } U_1 \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$

Exemples:

$\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = U_n - 2 \end{cases}$

$\begin{cases} U_1 = 5 \\ U_{n+1} = 5 \times U_n \end{cases}$

$U_1 = 5$

$U_2 = 25$

Exemple de définition par récurrence

$$\begin{cases} U_0 = 7 \\ U_{n+1} = 2n - 5 \end{cases}$$

+2 $U_1 = 9 = 2U_0 - 5$

+4 $U_2 = 13 = 2U_1 - 5$

+8 $U_3 = 21$ etc...

etc $U_4 = 37$

$U_5 = 69$

$U_6 = 133$

Cas Original

Définition par récurrence conditionnelle

Suite de Syracuse

$$\begin{cases} U_0 \text{ au choix} \\ \text{Si } u_n \text{ pair } U_{n+1} = \dfrac{U_n}{2} \\ \text{Si } U_n \text{ impair } U_{n+1} = 3 \times U_n + 1 \end{cases}$$

$U_0 = 5$

$U_1 = 3 \times 5 + 1 = 16$

$U_2 = \frac{16}{2} = 8$

$U_3 = \frac{8}{2} = 4$

$U_4 = 2$

$U_5 = 1$

Conjecture de Syracuse

1928 : Lothar Collatz → Itération

Présente la suite de Syracuse en 1952 à l'université Américaine de Syracuse (Université Privée)

Conjecture de Syracuse :

Pour tout choix de nombre entier U_0, La Suite de Syracuse "termine" avec le cycle 4, 2, 1, ...